

DATA SCIENCE EN ASTROPHYSIQUE
DANS LE NUAGE MOLÉCULAIRE GÉANT
D'ORION B

ÉTUDE STATISTIQUE AVEC WST

LOUISE MARINHO

Master AAIS : Astronomie Astrophysique et Ingénierie Spatiale
Observatoire de Paris, Paris Sciences et Lettres

Mars - Juin 2021

Encadrant : FRANÇOIS LEVRIER

LPENS - Laboratoire de Physique de l'Ecole Normale Supérieure

Résumé

Remerciements

Attestation

Je soussignée Louise MARINHO certifie sur l'honneur :

- que les résultats décrits dans ce rapport sont l'aboutissement de mon travail
- que je suis l'auteur de ce rapport
- que je n'ai pas utilisé des sources ou résultats tiers sans clairement les citer et les référencer selon les règles bibliographiques préconisées.

Je déclare que ce travail ne peut être suspecté de plagiat.

Date : 23/06/2021

Signature :

Sommaire

1	Description Statistique RWST	2
2	Carte d'OrionB	4
3	Effet du bruit	4
4	Taux d'anisotropie	6
5	Carte ROHSA	8
6	Mapping	9
6.1	clustering	9
6.2	Mapping linéaire	9
6.2.1	Carte de ^{13}CO / $+^{12}\text{CO}$	9
6.2.2	Masque sur la densité de colonne	12
6.2.3	Cloud layers	14
7	Effet du bruit sur coefficient RWST	16
7.1	Comparaison carte cube avec Rohsa	16
7.2	Ajour de bruit sur carte ROHSA	16
8	Modèle	16
9	Conclusion	17
A	Effet du bruit sur Cartes des poussières	19
B	Autres méthodes de Mapping	20
C	T_d des clouds layer à partir du modèle multi-linéaire	21

Introduction

P1 : OrionB, nuage moleculaire formation d'étoile + objectif caractériser émission moléculaire sur grand jeu de donnée. Liens entre propriétés statistique de l'émission et les propriétés physico-chimique Les études precedentes d'OrionB

P2 : Outil travail pour la texture de l'émission, outil stat donne spectre de puissance mais pas la corrélation entre échelle : WST (papier Allys). Statistique homogène mais on sait pas si le cas pour les cartes réelles + explorer l'aspect local de ces stats. Hyp que dans pixels locaux (ceux de 32) la on a une statistique homogène. Donne piste pour anisotropie / lien formation d'étoile, mapping sur la texture/propriétés, effet du bruit Statistique non linéaire, effet du bruit sur coef non evidents.

1 Description Statistique RWST

Le milieu interstellaire étant un système non-linéaire complexe, la description statistique du milieu doit permettre de décrire des processus non gaussien.

La *Wavelet Scattering transform* est une description statistique de processus stationnaire non-gaussien développé par [Bruna and Mallat \(2013\)](#) La WST utilise les ondelettes de Morlet qui sont des ondes planes modulées par une enveloppe gaussienne pour un champs réel $I(x)$ homogène définies comme

$$\phi(u) = \alpha(e^{iu \cdot \xi} - \beta)e^{-\frac{|u|^2}{2\sigma^2}} \quad (1)$$

Avec α et β deux constantes ajustables pour avoir une moyenne nulle, et σ la variance de l'enveloppe gaussienne. La WST repose sur la convolution du champ $I(x)$ avec un jeu de $J \times \Theta$ ondelettes $\phi_{j,\theta}$ avec $0 \leq j \leq J-1$ et $\theta \in \{k\pi/\Theta, 0 \leq k \leq \Theta-1\}$ où J : le nombre d'échelle spatiale et Θ le nombre d'angle à parcourir sont des entiers.

$$\phi_{j,\theta} = 2^{-2j} \cdot \phi(2^{-j} r_\theta^{-1} \mathbf{x}) \quad (2)$$

L'ondelette définie au dessus est le résultat d'un élargissement d'un facteur 2^j (j étant l'échelle spatiale) et d'une rotation d'un angle $\frac{(\theta-1)\pi}{\Theta}$.

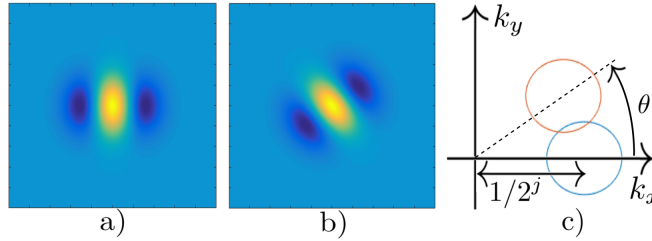


FIGURE 1 – Image ([Allys, E. et al., 2019](#)), ..

On peut alors définir les coefficients WST (normalisés par les coefficients μ_i) :

$$S_0 = \frac{1}{\mu_0} \int I(\mathbf{x}) d^2 \mathbf{x} \quad (3)$$

$$S_1(j_1, \theta_1) = \frac{1}{\mu_1} \int |I \star \phi_{j_1, \theta_1}|(\mathbf{x}) d^2 \mathbf{x} \quad (4)$$

$$S_2(j_1, \theta_1, j_2, \theta_2) = \frac{1}{\mu_2} \int ||I \star \phi_{j_1, \theta_1}| \star \phi_{j_2, \theta_2}|(\mathbf{x}) d^2 \mathbf{x} \quad (5)$$

La couche 0 (S_0) correspond à une moyenne locale de l'image, avec 1 fonction.

La couche 1 $S_1(j_1, \theta_1)$ avec $j_1 \in \llbracket 0, J-1 \rrbracket$ et $\theta_1 \in \llbracket 1, \Theta \rrbracket$ représente la densité spectrale de puissance à l'échelle j_1 et l'angle θ_1 , il y a $J \times L$ fonctions.

La couche 2 $S_2(j_1, \theta_1, j_2, \theta_2)$ avec $(j_1, j_2) \in \llbracket 0, J-1 \rrbracket^2$ et $j_2 > j_1$ et $(\theta_1, \theta_2) \in \llbracket 1, \Theta \rrbracket^2$ décrit les interactions entre les deux échelle spatiales j_1 et j_2 dans les directions θ_1 et θ_2 ce qui correspond à $\frac{J(J-1)}{2} \Theta^2$ fonctions.

Même en ne parcourant que peu d'échelles et d'angles, par exemple $J = 6$ et $\Theta = 8$ cela représente 1009 coefficients. Nous pouvons simplifier cette description avec la *Reduced wavelet scattering transform* (RWST) pour réduire le nombre de coefficient ([Allys, E. et al., 2019](#)).

Le principe est de séparer les dépendances spatiales et d'angles. c'est à dire, écrire les coefficients comme : $\log_2[\bar{S}(\{j_i, \theta_i\})] = \Sigma_p S_m^p(\{j_i\}) \cdot f_m^p(\{\theta_i\})$. On prend les coefficients de chaque couche normalisés par la couche précédente.

$$\log_2[\bar{S}_1(j_1, \theta_1)] = \log_2[S_1(j_1, \theta_1)] - \log_2[S_0] \quad (6)$$

$$\log_2[\bar{S}_2(j_1, \theta_1, j_2, \theta_2)] = \log_2[S_2(j_1, \theta_1, j_2, \theta_2)] - \log_2[S_1(j_1, \theta_1)] \quad (7)$$

Les coefficients RWST sont calculés à partir des log des coefficients WST normalisés. Il s'agit ensuite d'un fitting comme représenté en figure 2 dont les paramètres sont les coefficients RSWT.

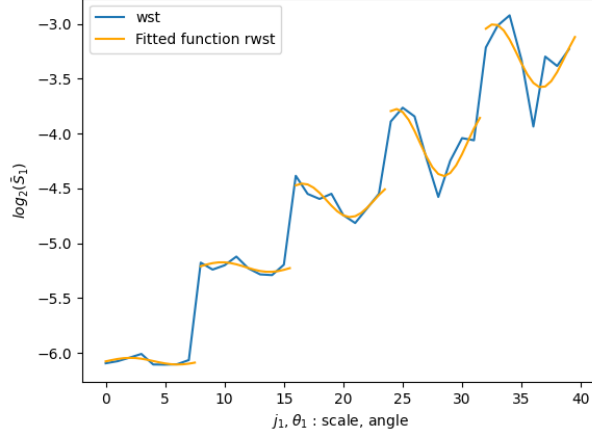


FIGURE 2 – Exemple de coefficient WST ($\log(\bar{S}_1)$) avec le fit RWST. Les coefficients RWST $\hat{S}_1^{iso}$ correspond à la valeur moyenne, $\hat{S}_1^{aniso}$ à l'amplitude, et $\theta^{ref,1}$ à la phase

$$\log_2[\bar{S}_1(j_1, \theta_1)] = \hat{S}_1^{iso}(j_1) + \hat{S}_1^{aniso}(j_1) \times \cos\left(\frac{2\pi}{\Theta}[\theta_1 - \theta^{ref,1}(j_1)]\right) \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \log_2[\bar{S}_2(j_1, \theta_1, j_2, \theta_2)] &= \hat{S}_2^{iso,1}(j_1, j_2) + \hat{S}_2^{iso,2}(j_1, j_2) \cos\left(\frac{2\pi}{\Theta}[\theta_1 - \theta_2]\right) \\ &+ \hat{S}_2^{aniso,1}(j_1, j_2) \cos\left(\frac{2\pi}{\Theta}[\theta_1 - \theta^{ref,2}(j_1, j_2)]\right) \\ &+ \hat{S}_2^{aniso,2}(j_1, j_2) \cos\left(\frac{2\pi}{\Theta}[\theta_2 - \theta^{ref,2}(j_1, j_2)]\right) \end{aligned} \quad (9)$$

Nous avons donc les coefficients de la couche 0 : $\hat{S}_0$.

Ceux de la couche 1 : $\hat{S}_1^{iso}(j_1)$, $\hat{S}_1^{aniso}(j_1)$, $\theta^{ref,1}(j_1)$, (3 fonctions dépendantes de j_1 donc $3 \times J$ coefficients).

Ceux de la couche 2 : $\hat{S}_2^{iso,1}(j_1, j_2)$, $\hat{S}_2^{iso,2}(j_1, j_2)$, $\hat{S}_2^{aniso,1}(j_1, j_2)$, $\hat{S}_2^{aniso,2}(j_1, j_2)$, $\theta^{ref,2}(j_1, j_2)$ et nous avons toujours $j_2 > j_1$, il y a $5 \times J \times (J - 1)/2$ coefficients. Ainsi avec $J = 6$ et $\Theta = 8$, il nous reste 94 coefficients.

Lors de ce stage, nous utilisons un package python *pywst*¹ déjà créé pour utiliser la méthode rwst. Nous l'appliquons à des cartes de taille $2^m \times 2^n$ avec $(m, n) \in \mathbb{N}^2$.

1. Librairie python *pywst* disponible, documentation : <https://github.com/bregaldo/pywst> par B.Regaldo-Saint Blancard

2 Carte d'OrionB

Nous voulons appliqué l'étude RWST à une région du milieu interstellaire : le nuage d'OrionB. Le nuage OrionB est un nuage moléculaire géant (GMC *Giant molecular cloud*) et une région de formation d'étoiles. Il se situe à environ 400pc (Menten, K. M. et al., 2007) de nous alors que les autres GMC se trouvent plus au centre de notre galaxie beaucoup plus éloignés. Le nuage contient des objets bien connus tel que la nébuleuse de la tête de cheval, NGC 2023, NGC 2024, des régions de formation d'étoiles.

Le projet Orion-B *Outstanding Radio-Imaging of Orion* étudie son efficacité de formation d'étoiles en lien avec sa structure physique.

Ce projet a permis une cartographie très précise de la région qui nous intéresse sur 5 degrés carrés avec une résolution angulaire de 26'' au sud du nuage d'OrionB. Les observations ont été faites entre 84 et 116 GHz avec le radio-télescope de 30m de l'IRAM. Ce programme nous permet d'avoir accès aux raies d'émissions moléculaires. (Pety, Jérôme et al., 2017).

Lors du stage, j'ai travaillé sur les isotopes de CO : $^{12}\text{CO}(1-0)$, $^{13}\text{CO}(1-0)$ et $\text{C}^{18}\text{O}(1-0)$, avec des cubes spectraux en $[\text{K.km.s}^{-1}]$ et également sur la même région, les cartes de densité de colonne $N_H[\text{cm}^{-2}]$ et de température des poussières $[\text{K}]$ (Lombardi et al., 2014).

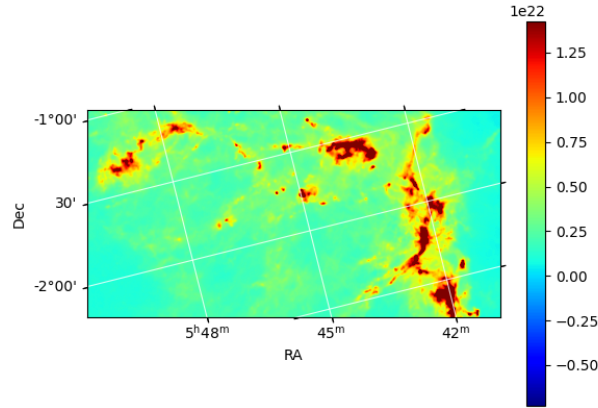


FIGURE 3 – Carte de densité de colonne des poussières dans le nuage d'OrionB $[H_2.\text{cm}^{-2}]$

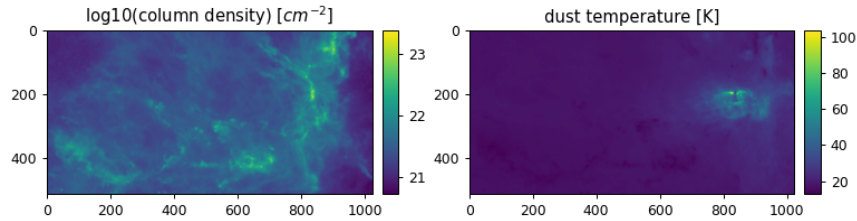


FIGURE 4 – (**Gauche**) Carte de densité de colonne $[\text{cm}^{-2}]$. (**Droite**) de température des poussières $[\text{K}]$

3 Effet du bruit

Nous étudierons par la suite, des cartes moléculaires qui sont bruitées. Avant de commencer par ces cartes la, nous allons dans un premier temps voir l'effet sur les coefficients RWST des cartes.

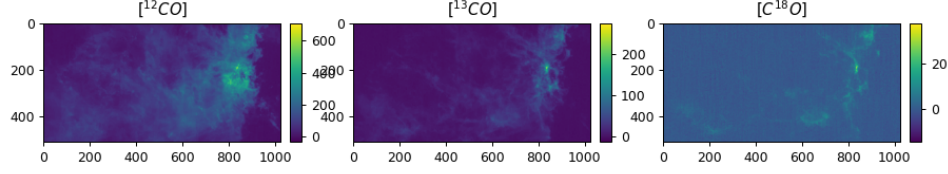


FIGURE 5 – Carte d'intensité intégrée [K.km.s⁻¹] pour les molécules étudiées

Nous prenons la carte des poussières 3, que nous considérerons comme non bruitée. Nous supposons que le bruit qu'aura les cartes moléculaire est gaussien, nous ajoutons donc un bruit gaussien à la carte des poussières d'amplitude plus ou moins grande pour faire varier le rapport signal sur bruit (*SNR signal to noise ratio*).

$$SNR = \sqrt{\frac{\langle I^2 \rangle}{\sigma(N^2)}} \quad (10)$$

Avec I , l'intensité du signal, et N le bruit. Comme le bruit que nous ajoutons est une loi normale de variance 1, quand on modifie son amplitude en le multipliant simplement par un facteur x , nous avons :

$$x = \sqrt{\frac{\langle I^2 \rangle}{SNR^2 \times \sigma(N^2)}} \quad (11)$$

Nous prenons pour la valeur de I , une partie avec un fort signal sur la carte, et pour N une partie plus bruitée. Nous appliquons une carte de même taille tirée d'une réalisation aléatoire d'une loi normale multiplié par le coefficient x à la carte des poussières. Nous traitons 8 cartes des poussières différentes : pour un $SNR = 0.5, 1, 5, 10, 20, 50, 100, \infty$. Sur ces nouvelles cartes bruitées, nous appliquons RWST. Nous séparons ces cartes en 8 parties géométriques de 256×256 représentées en Figure 6. L'étude se fait de manière globale sur ces sous-cartes. Nous récupérons donc les coefficients définis dans la partie 1 pour $L = 8$ et $J = 7$ ($j_1 = [0, 6]$ donc sur $[0, 32]$ pixels pour l'étude RWST). Nous nous intéresserons aux coefficients de la couche 1 ($\hat{S}_1$) pour l'instant

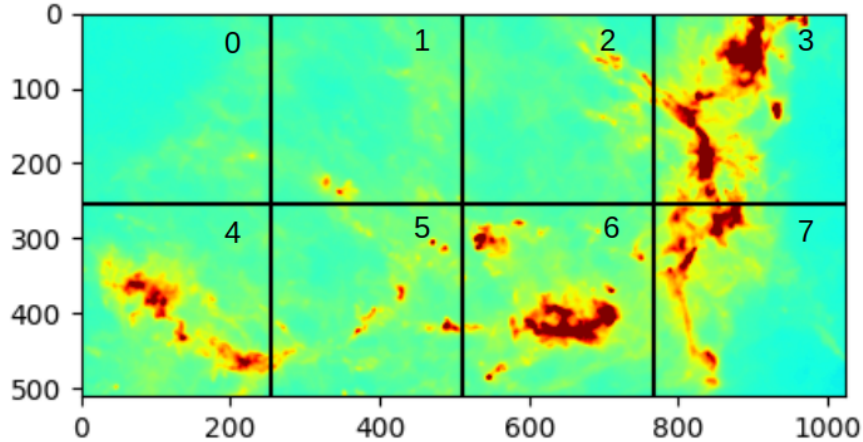


FIGURE 6 – Séparation en 8 régions de la carte des poussières

Sur ces cartes, aux petites échelles ($j_1 = 0, 1, 2$, soit 1, 2, 4 pixels) que le bruit augmente le coefficient $\hat{S}_1^{iso}$. C'est en effet à des plus petites échelles que la structure du bruit apparaît. Pour les deux autres coefficients de la couche 1, il ne semble pas y avoir d'effet notable (voir Annexe A)

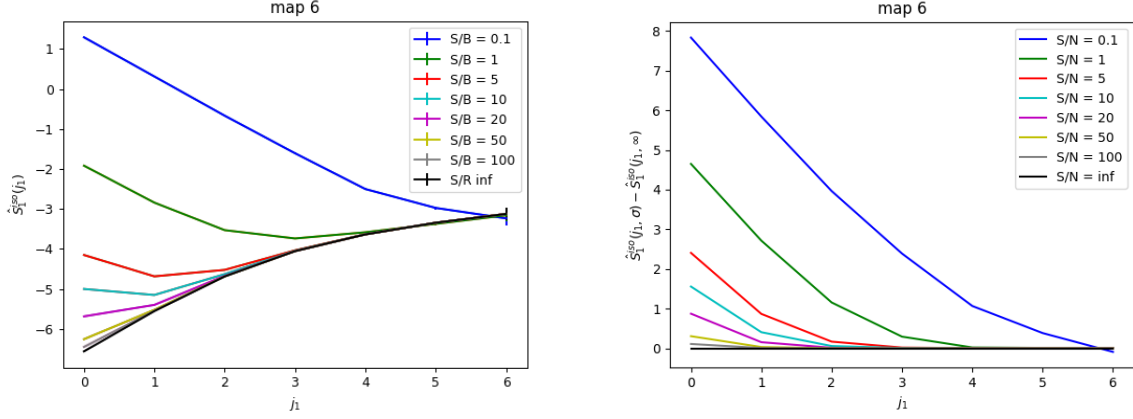


FIGURE 7 – **(Gauche)** Coefficient $\hat{S}_1^{iso}(j_1)$ pour une des sous cartes étudiées (6) (les autres cartes suivent le même comportement, elles sont laissées en annexe A) pour différents SNR . **(Droite)** Ecart à $SNR = \infty$

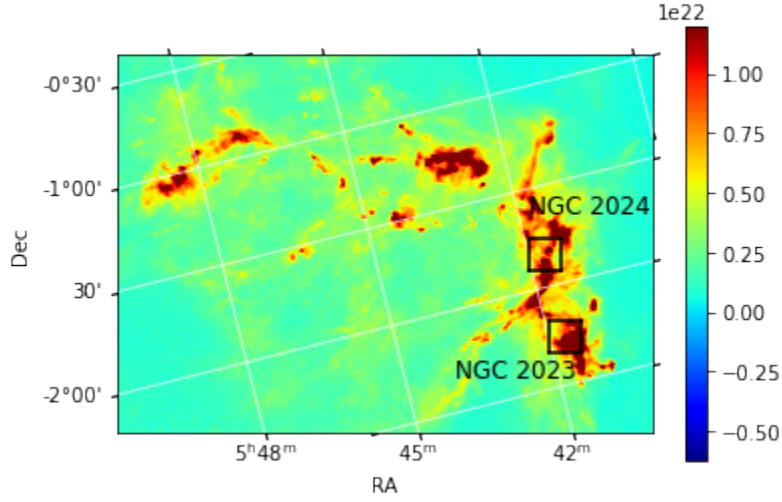


FIGURE 8 – Localisation des régions NGC 2023 - 2024 dans le nuage d'OrionB sur carte de densité de colonne des poussière [$H_2.cm^{-2}$]

4 Taux d'anisotropie

Avec les coefficients de la couche 1, nous pouvons déterminer des propriétés physiques du champ étudié. Le coefficient S_1^{iso} est relié au spectre de puissance, le coefficient S_1^{aniso} nous donne un taux d'anisotropie et le coefficient θ_1^{ref} la direction privilégiée de la puissance dans le champ.

Dans l'article de [Orkisz et al. \(2017\)](#), il est fait l'hypothèse de l'isotropie dans les régions de NGC 2024 et NGC 2023, dans le nuage d'OrionB (Figure 8).

L'étude RWST nous permet de vérifier cette hypothèse. En effet nous pouvons nous intéresser aux coefficients $\hat{S}_1^{aniso}$ qui permet de quantifier l'anisotropie. On cherche l'écart entre la direction verticale et horizontale. Donc :

$$\begin{aligned}
 \text{taux d'anisotropie} &= \frac{S_1(j_1, 0) - S_1(j_1, \frac{\pi}{2})}{S_1(j_1, \frac{\pi}{2})} \\
 &= \frac{\hat{S}_1^{iso}(j_1) + \hat{S}_1^{aniso}(j_1) - 2\hat{S}_1^{iso}(j_1) + 0}{2\hat{S}_1^{iso}(j_1) + 0} \\
 &= 2\hat{S}_1^{aniso}(j_1) - 1
 \end{aligned} \tag{12}$$

Finalement, avec le coefficient $\hat{S}_1^{aniso}(j_1)$, nous avons une indication directe du taux d'anisotropie. La Figure 9 nous montre le taux d'anisotropie pour chacune des deux régions. Aux petites échelles, le taux d'anisotropie reste assez faible, donc l'hypothèse qui avait été faite semble justifiée. Par contre quand on regarde des plus grandes échelles (à partir de $j_1 = 3$, soit 8 pixels) le taux augmente pour les deux régions.

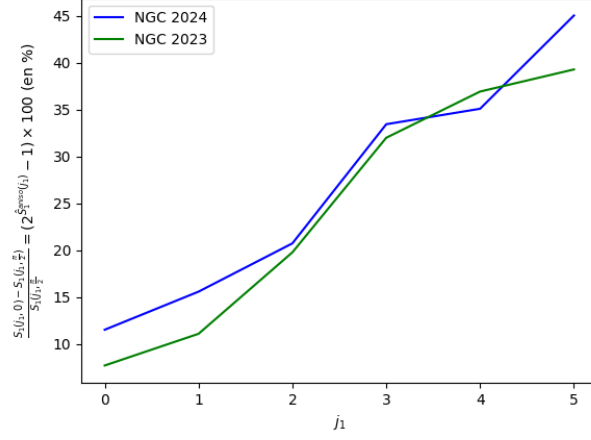


FIGURE 9 – Taux d'anisotropie pour NGC 2024 et NGC 2023

5 Carte ROHSA

Les cartes dont nous disposons sont bruitées. Comme nous l'avons vu précédemment, cela influe sur les coefficients de la couche 1 RWST. Pour la suite, nous avons trouver avec des cartes débruitées grâce à ROHSA (*Regularized Optimization for Hyper-Spectral Analysis*) (Marchal et al., 2019). Il s'agit d'un algorithme de décomposition en gaussienne. Pour ^{13}CO nous avons 5 composantes et 4 pour C^{18}O . Nous pouvons ainsi travailler par composante, ou bien sur une carte reconstituée qui est la somme de toutes les composantes. Nous pouvons calculer les coefficients RWST de chaque composantes individuellement ou bien sommée, comme nous pouvons voir en Figure 10.

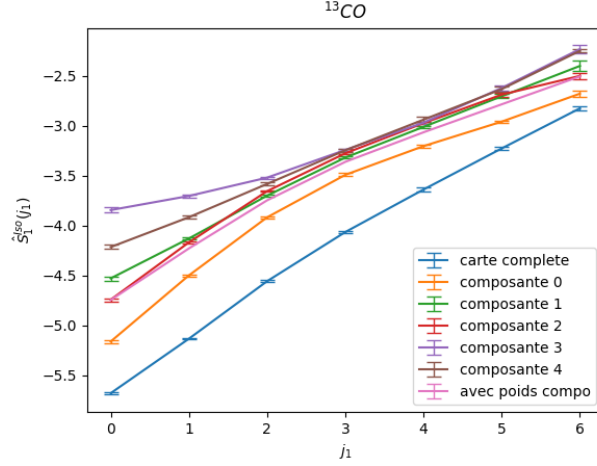


FIGURE 10 – Coefficient $\bar{S}_1^{iso}$ pour chacune des composantes, pour la carte de la somme des composantes ("carte complète") et celle en sommant et en attribuant un poids à chacune des composante selon l'intensité moyenne des pixels des composantes ("avec poids compo") pour ^{13}CO

Si nous comparons les coefficients RWST de la couche 1 de la carte initiale et celle recomposée par ROHSA, en Figure 11, nous voyons qu'en effet nos cartes sont bruitées. Dans la figure, nous voyons le même effet que dans la partie 3, c'est à dire, qu'aux petites échelles, le coefficient $\bar{S}_1^{iso}$

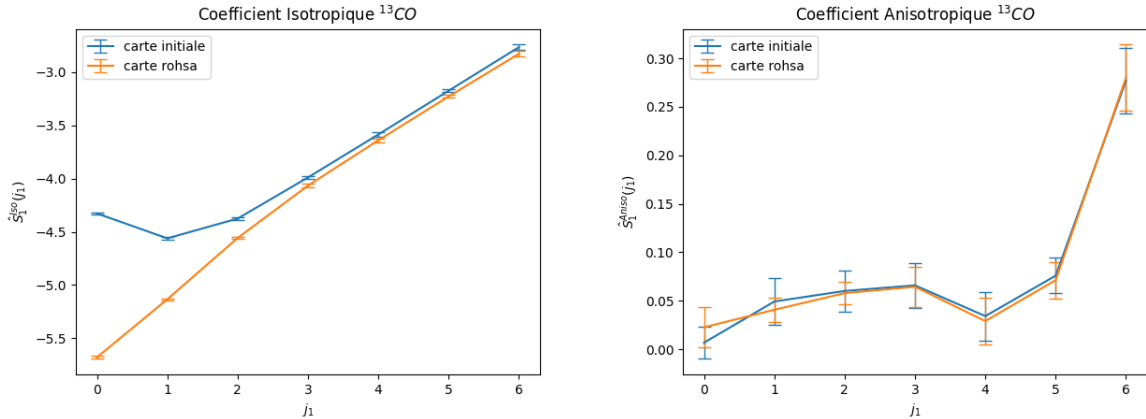


FIGURE 11 – Coefficient $\bar{S}_1$ isotrope et anisotrope pour la carte initiale et celle de la somme des composantes obtenues par ROHSA.

6 Mapping

6.1 clustering

6.2 Mapping linéaire

Un des objectifs que nous avons été de déterminer le lien entre la texture du signal et les propriétés physiques du milieu.

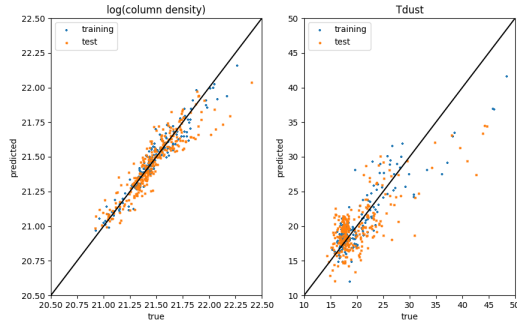
Nous allons essayer de trouver si il est possible de relier par un mapping linéaire les coefficients RWST et les cartes de paramètres physiques (T_d et N_H).

6.2.1 Carte de ^{13}CO / $+C^{18}\text{O}$

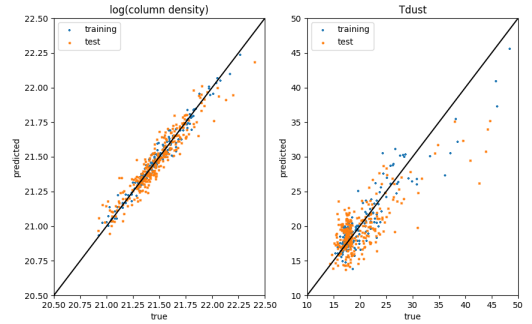
Pour cela nous allons étudier les coefficients RWST de manière locale. C'est à dire prendre les N coefficients RWST et trouver une fonction à N dimensions pour chaque pixel qui les relie aux pixels des cartes de paramètres physique décrite en 2.

En pratique nous allons faire l'étude RWST en local, nous allons avoir les coefficients sur des pixels de tailles 32×32 de la carte d'intensité intégrée de ^{13}CO , ce qui nous fait une carte de 16×32 . Et dans ces grands pixels, nous récupérons les coefficients RWST pour $\Theta = 8$ et $J = 5$, donc de $j_1 = 0$ à $j_1 = 4$ soit 16 pixels. Nous prenons les fonctions S_0 , (1 coefficient), S_1^{iso} et S_1^{aniso} (2×5 coefficients, et $S_2^{iso,1}$, $S_2^{iso,2}$, $S_2^{aniso,1}$, $S_2^{aniso,2}$ ($4 \times 5 \times 4/2$ coefficients). Nous prenons donc 51 coefficients sur chaque pixel moyennés, que nous voulons relier aux cartes moyennés sur des pixels de 32×32 des cartes des paramètres physiques.

Nous entraînons le mapping sur la moitié des pixels 32×32 choisis aléatoirement (soit 256 pixels)². Sur ces pixels "d'entraînement", nous recherchons la fonction multi-linéaire entre les RWST et les paramètres. Une fois cette fonction trouvée, nous pouvons l'appliquer à la seconde partie des pixels. Nous comparons les valeurs de T_d et N_H trouvé par le modèle avec celle attendues (celles des cartes de paramètres) (Figure 12a)



(a) avec coefficient carte de ^{13}CO



(b) avec coefficient carte de ^{13}CO et C^{18}O

FIGURE 12 – Vraies valeurs et valeurs prédites par le modèle pour T_d et N_H sur les pixels d'entraînement (bleus) et ceux de tests pour le modèle (orange)

Nous voyons que pour les grandes valeurs de N_H , le modèle ne prédit pas bien ce paramètre. Après ce premier test, nous avons ajouter les coefficients RWST qui proviennent de la cartes de C^{18}O , ce qui rajoute 51 coefficients, pour un total de 102 coefficients. Nous cherchons donc cette fonction à 102 dimensions, et nous comparons les valeurs de paramètres obtenues avec celles attendues (Figure 12b)

Et entre les deux mapping, celui décrit en Figure 12b donne une meilleure corrélation.

	^{13}CO	$^{13}\text{CO} + \text{C}^{18}\text{O}$
Pearson coefficient pour N_H (pixel test)	0.909	0.944
Pearson coefficient pour N_H (pixel entraînement)	0.959	0.982
Pearson coefficient pour T_d (pixel test)	0.751	0.771
Pearson coefficient pour T_d (pixel entraînement)	0.879	0.917

2. Il a aussi été fait d'autres séparation des pixels de test et d'entraînement, une séparation verticale et horizontale, qui ne donnent pas d'aussi bon résultats qu'une séparation aléatoire des pixels, voir Annexe B

Nous pouvons donc voir les cartes de paramètres obtenues (Figure 13)

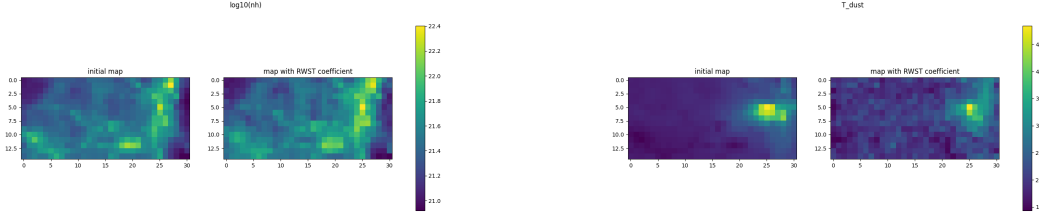


FIGURE 13 – Cartes des valeurs prédites par le modèle

Parmi tous les coefficients qui .. le mapping, nous voulons savoir lesquels dirigent le mapping. Est ce qu'une des couches des coefficients RWST influe plus que les autres pour trouver les paramètres physiques? Pour répondre à cela, nous avons refait le mapping mais seulement avec une des couches de coefficients à chaque fois.

En Figure 14, nous voyons les résultats des cartes obtenues par le mapping en ne prenant que les coefficients de la couche 0, 1 ou 2. Nous pouvons voir la carte des valeurs de N_H prédites et la comparaison des valeurs prédites sur celle attendues. Il ne semble pas qu'une des couches mènent le mapping, mais en ne prenant que la couche 0 constituée que de deux coefficients, nous avons des résultats aussi bon qu'en prenant la couche 1 (20 coefficients) ou juste la couche 2 (80 coefficients) qui ont beaucoup plus de coefficients. Avec seulement deux coefficients nous arrivons à contraindre les valeurs de N_H . S_0 semble donc bien contraindre ce paramètre.

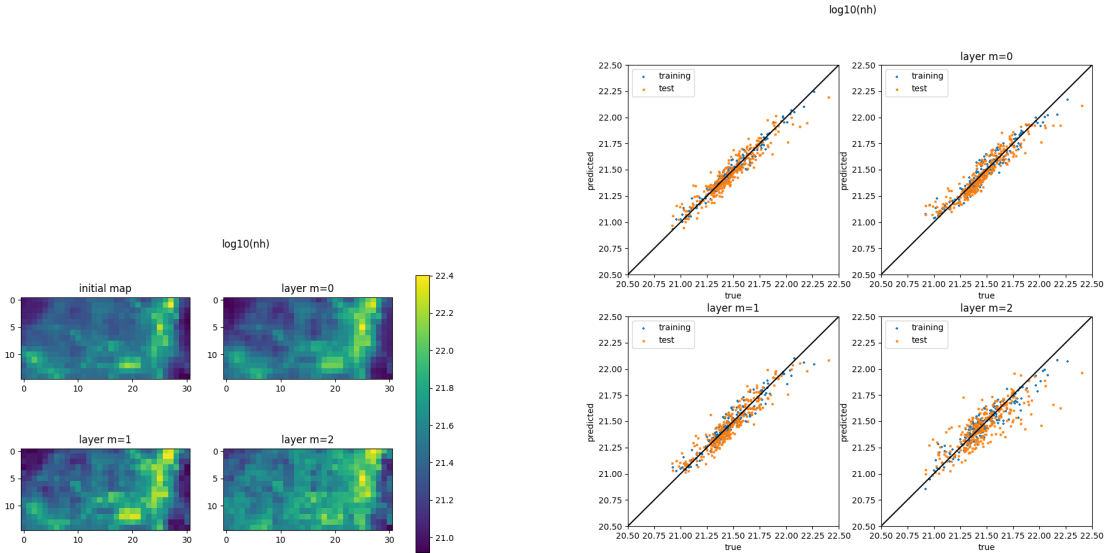


FIGURE 14 – (**Gauche**) (de gauche à droite, de haut en bas) carte initial pour entraîner le modèle pour la densité de colonne, cartes de densité de colonne à partir du modèle, en considérant seulement une des couches pour former le modèle. (**Droite**) (de gauche à droite, de haut en bas) Comparaison des valeurs prédites par un modèle avec toutes les couches pour les coefficients RWST, puis une seule couche de coefficients, et les valeurs attendues (de la carte d'entraînement pour la densité de colonne)

Pour T_d , nous pouvons de même que pour N_H faire le mapping couche par couche de coefficients RWST. Il apparaît assez clairement qu'en Figure 15 que ce sont les coefficients de la couche 2 qui contraignent le mieux ce paramètre, la seule couche qui semble pouvoir reproduire le motif de la carte de T_d et qui a une dispersion plus faible autour de la droite *valeur prédites = valeurs attendues*

Nous avons un modèle qui reproduit assez bien nos paramètres, mais nous voudrions avoir de meilleurs résultats pour T_d . Pour mieux contraindre ce paramètres, nous voudrions ajouter des coefficients pour le mapping. Pour cela, au lieu de balayer $j_1 = 0$ à $j_1 = 4$ dans chaque pixels, nous pouvons aller jusqu'à $j_1 = 5$, soit 32 pixels, et faire un *Oversampling* (Description en Figure 16, donc sur-échantillonner nos pixels de 32×32 Nous passons donc de 102 à 146 coefficients.

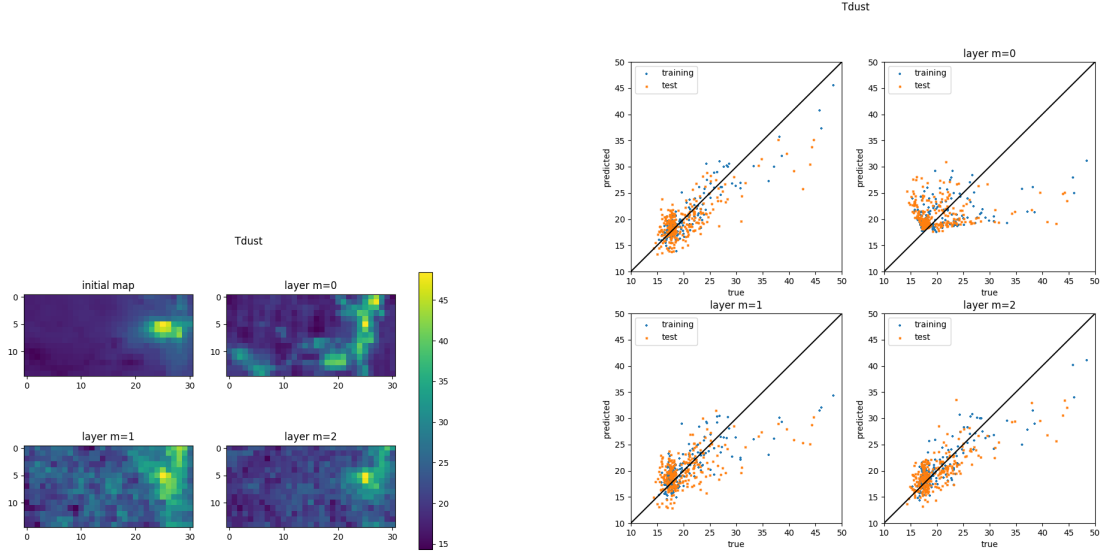


FIGURE 15 – **(Gauche)** (de gauche à droite, de haut en bas) carte initial pour entraîner le modèle pour la température des poussières [K], cartes de température des poussières à partir du modèle, en considérant seulement une des couches pour former le modèle. **(Droite)** (de gauche à droite, de haut en bas) Comparaison des valeurs prédites par un modèle avec toutes les couches pour les coefficients RWST, puis une seule couche de coefficients, et les valeurs attendues (de la carte d’entraînement pour la température des poussières)

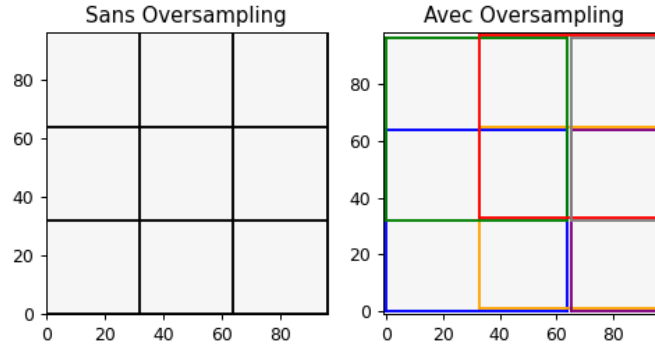


FIGURE 16 – **(Gauche)** RWST local sans Oversampling, étude dans des carrés de 32×32 pixels, **(Droite)** RWST local avec Oversampling, étude dans des carrés de 64×64 pixels avec un recouvrement pour reconstruire des cartes de 32×32 comme précédemment

Ainsi en comparant les Figures 12b (sans oversampling) et 17, nous voyons que les points autour de T_d sont beaucoup moins dispersés, et quand on regarde les coefficients de corrélation de Pearson, on remarque l’augmentation de la corrélation modèle/valeurs attendues. Ainsi, en ajoutant ces coefficients RWST, le modèles est mieux contraint.

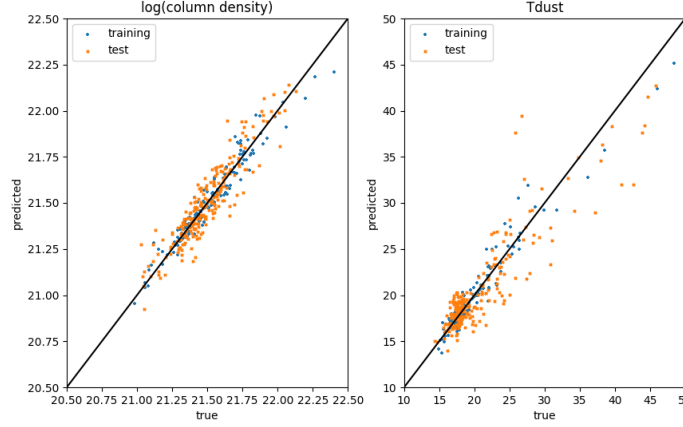


FIGURE 17 – Vraies valeurs et valeurs prédites par le modèle pour T_d et N_H sur les pixels d’entraînement (bleus) et ceux de tests pour le modèle (orange) pour les cartes d’intensités intégrées de ^{13}CO et C^{18}O dans le cas Oversampling

	$^{13}\text{CO} + \text{C}^{18}\text{O}$ sans OS	$^{13}\text{CO} + \text{C}^{18}\text{O}$ avec OS
Pearson coefficient pour N_H (pixel test)	0.944	0.921
Pearson coefficient pour N_H (pixel entraînement)	0.982	0.972
Pearson coefficient pour T_d (pixel test)	0.771	0.901
Pearson coefficient pour T_d (pixel entraînement)	0.917	0.975

Avec les coefficients RWST, nous pouvons donc bien trouver un modèle multi-linéaire entre eux et les cartes de paramètres physique. Nous avons vu qu’il semblerait que la couche 0 dirige le mapping pour N_H et que la couche 2 dirige celui de T_d . Les coefficients RWST calculé localement donc pour chaque échelle spatiale, nous pouvons récupérer la valeur d’une des fonctions RWST à cette échelle là dans le grand pixel où elle a été calculé et reconstituer des cartes des coefficients. Nous pouvons comparer ces cartes de coefficient RWST locaux avec les cartes de paramètres physique pour voir si l’un ou plusieurs d’entre eux sont corrélé directement avec les cartes de paramètres. Nous pourrions vérifier quels coefficients sont les plus proches des paramètres physiques.

Pour comparer deux cartes, nous utiliserons la corrélation canonique. En prenant deux vecteurs aléatoires $\mathbf{X}_1$ et $\mathbf{X}_2$, de moyenne nulle, nous pouvons définir un coefficient de corrélation canonique entre les deux

$$\begin{aligned}
\Gamma_i &= \langle \mathbf{X}_i \mathbf{X}_i^T \rangle \forall_i \\
\Omega_{12} &= \langle \mathbf{X}_1 \mathbf{X}_2^T \rangle \\
M &= \Gamma_1^{-1/2} \Omega_{12} \Gamma_2^{-1/2}
\end{aligned} \tag{13}$$

Où Γ_i et la covariance du vecteur i , Ω_{12} est la cross-covariance entre les deux vecteurs et M le coefficient de corrélation canonique. Si celui si vaut 1, c’est que l’on peut écrire $\mathbf{X}_1 = \mathbf{J} \mathbf{X}_2$. Si il vaut 0, c’est que les deux vecteurs ne sont pas corrélés.

Comparaison	Valeur coefficient de corrélation	coefficient RWST
$\text{C}^{18}\text{O} - T_d$	0.7642	$S_2^{iso,1}(j_1 = 1, j_2 = 5)$
$^{13}\text{CO} - T_d$	0.8322	$S_2^{iso,1}(j_1 = 0, j_2 = 2)$
$\text{C}^{18}\text{O} - N_H$	0.8860	S_0
$^{13}\text{CO} - N_H$	0.9382	S_0

Si nous récupérons le coefficient qui a la meilleurs corrélation avec chacun des deux paramètres, nous voyons ci dessus, que c’est bien S_0 qui donne la meilleur corrélation avec N_H , qui dirigeait le mapping. Pour T_d , c’est un coefficient de la couche 2 : $S_2^{iso,2}$. Les coefficients sont relativement élevés.

6.2.2 Masque sur la densité de colonne

La corrélation est faite sur des cartes qui ont certes été débruitées, mais pas complétement????? Nous allons prendre un seuil, pour chacune des molécules étudiées pour ne prendre en compte que les pixels avec un signal assez

important. A partir des cartes d'intensité intégrée, transformé en densité de colonne nous appliquons un seuil de 10^{20} pour ^{13}CO et 10^{21} pour C^{18}O (communication privée, Mathilde Gaudel), (Orkisz, Jan H. et al., 2019) . Et nous prendrons les grands pixels de 32×32 en considération pour la corrélation uniquement si 1/4 des 512 pixels qui le constituent sont au dessus de ces valeurs seuils.

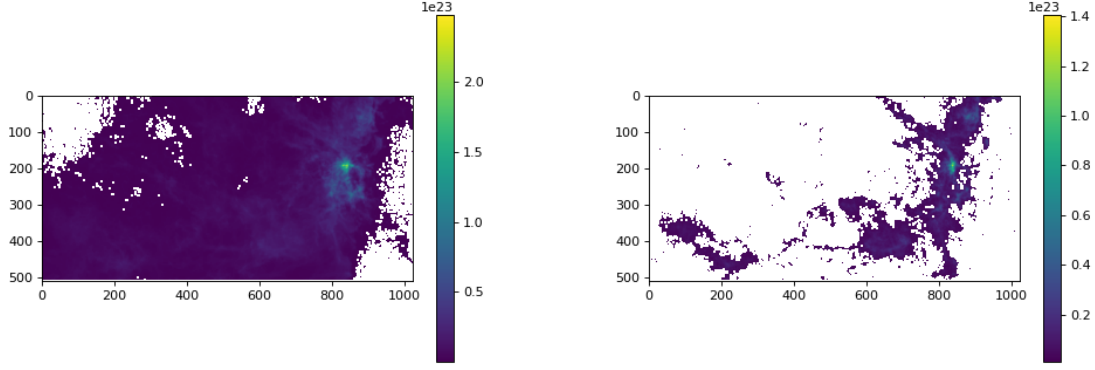


FIGURE 18 – Cartes de ^{13}CO et C^{18}O [cm^{-2}] en affichant uniquement les pixels au dessus des valeurs seuils

Et cette fois, si on récupère les cartes RWST des coefficients ayant la plus grande corrélation avec les paramètres physiques (Figure 19)

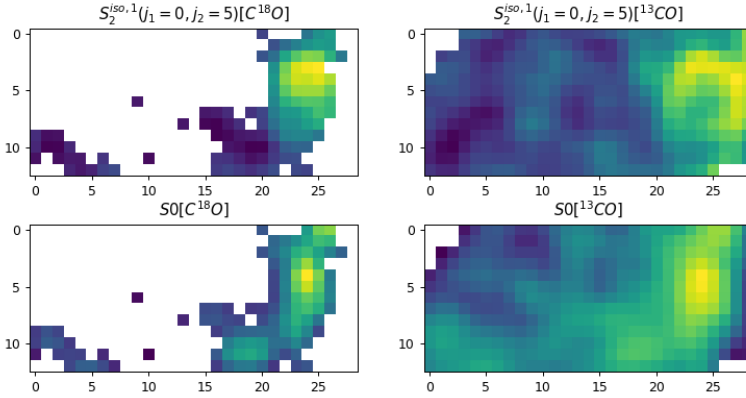


FIGURE 19 – Carte des coefficients RWST qui ont la meilleur corrélation pour chaque paramètres et chaque molécules

Comparaison	Valeur coefficient de corrélation	coefficient RWST
$\text{C}^{18}\text{O} - T_d$	0.8691	$S_2^{iso,1}(j_1 = 0, j_2 = 5)$
$^{13}\text{CO} - T_d$	0.8308	$S_2^{iso,1}(j_1 = 0, j_2 = 5)$
$\text{C}^{18}\text{O} - N_H$	0.9262	S_0
$^{13}\text{CO} - N_H$	0.9262	S_0

Nous pouvons remarquer que c'est le coefficient avec le plus grand écart d'échelle ($j_1 = 0, j_2 = 5$) Mais on peut voir en Figure 20 que tous les coefficients $S_2^{iso,2}$ donne une bonne corrélation.

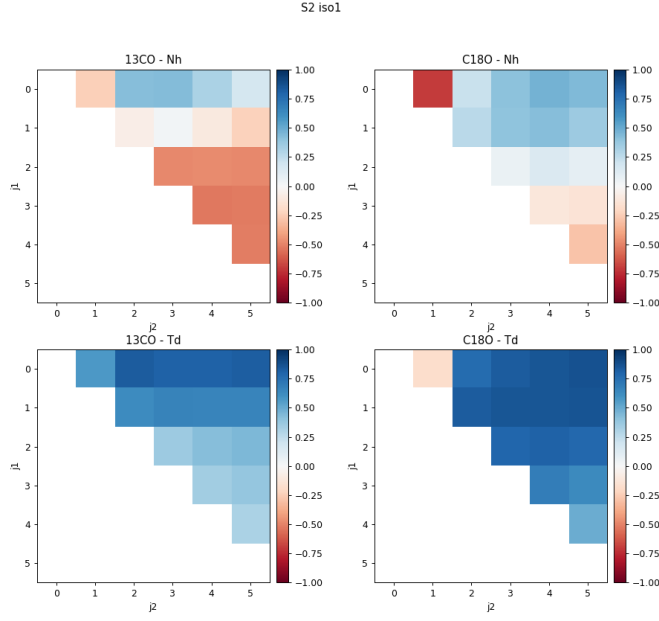


FIGURE 20 – (**Haut**) CCA entre ^{13}CO et la carte de N_h . (**Bas**) CCA entre C^{18}O et la carte de T_d

6.2.3 Cloud layers

Avec les composantes gaussiennes de Rohsa, nous pouvons les associer entre elles pour avoir des cartes par nuages qui constituent OrionB. Nous pouvons récupérer les cartes de :

- Cloak
- NGC 2023 et NGC 2024
- Orion B9

, que nous pouvons voir en figure 21, pour les deux molécules étudiées.

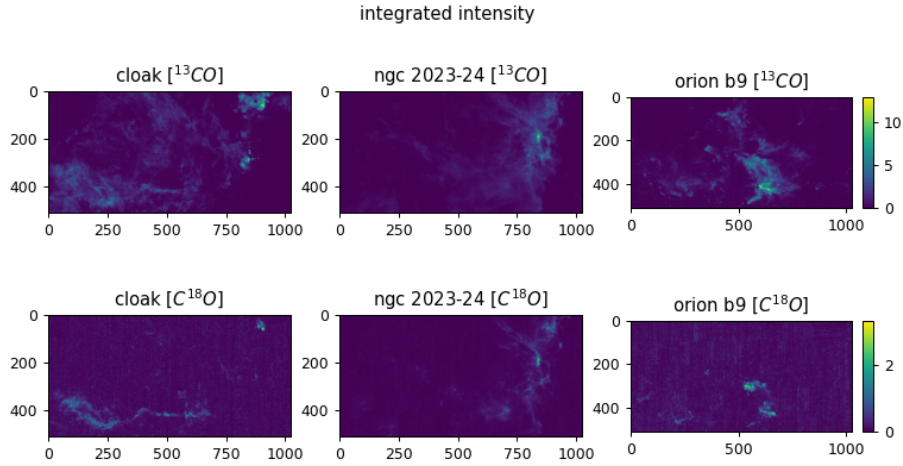


FIGURE 21 – Cartes des intensités intégrées en ^{13}CO et C^{18}O pour chacun des layers

Nous utilisons le même modèle multi-linéaire qu'en 6.2.1. Et à partir des cartes de RWST, nous pouvons reconstitué la densité de colonne 22 (la carte de température des poussière est laissée en Annexe C)

Nous comparons ces cartes avec celles obtenues avec rohsa (Figure 23)

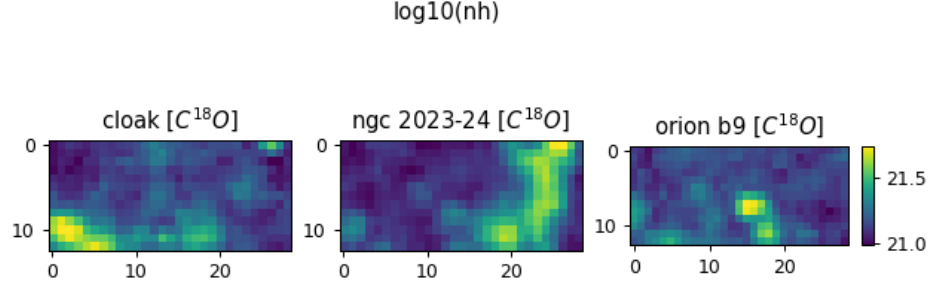
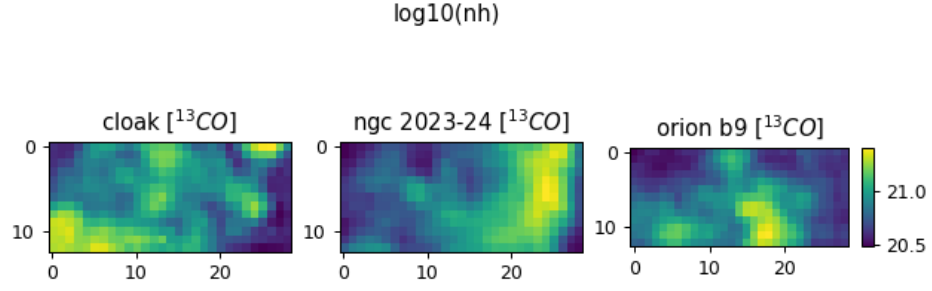


FIGURE 22 – ...

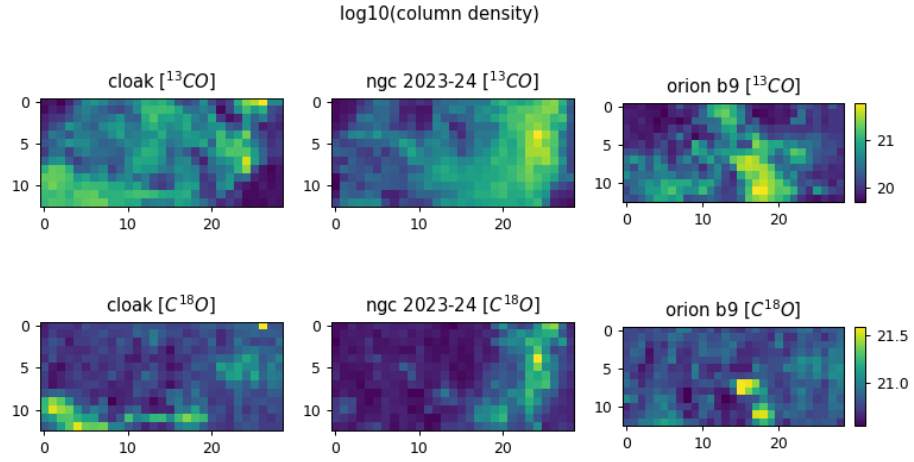


FIGURE 23 – ...

	clouds	Correlation entire map	masked map
^{13}CO	cloak	0.9184	0.9110
	ngc 2023-24	0.9675	0.9651
	orion b9	0.9115	0.9130
C^{18}O	cloak	0.7544	0.8424
	ngc 2023-24	0.9257	0.9075
	orion b9	0.5872	0.7966

7 Effet du bruit sur coefficient RWST

7.1 Comparaison carte cube avec Rohsa

Comp Rohsa / cube d'intensité intégrée, surtout ur S1iso, écart important si on regarde cca pour j=2,3.

7.2 Ajout de bruit sur carte ROHSA

ajout bruit à partir des cartes de RMS S0 : pas d'écart notable, ni S1aniso mais déjà pas de changement important entre B et nB. Mais pour S1iso, oui remonte le cca.

Par contre pour S2Iso1 (celui important, mapping Td) rapport des cca $\text{int/rohsa} // \text{int/rohsa+bruit} ==$ quasi nul. Bruit pas tellement d'effet.

8 Modèle

9 Conclusion

Références

- Allys, E., Levrier, F., Zhang, S., Colling, C., Regalado-Saint Blancard, B., Boulanger, F., Hennebelle, P., and Mallat, S. (2019). The rwst, a comprehensive statistical description of the non-gaussian structures in the ism. *A&A*, 629 :A115.
- Bruna, J. and Mallat, S. (2013). Invariant scattering convolution networks. *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 35 :1872–1886.
- Lombardi, M., Bouy, H., Alves, J., and Lada, C. J. (2014). Herschel-Planck dust optical-depth and column-density maps. I. Method description and results for Orion. , 566 :A45.
- Marchal, A., Miville-Deschênes, M.-A., Orieux, F., Gac, N., Soussen, C., Lesot, M.-J., d’ Allonnes, A. R., and Salomé, Q. (2019). Rohsa : Regularized optimization for hyper-spectral analysis. *Astronomy Astrophysics*, 626 :A101.
- Menten, K. M., Reid, M. J., Forbrich, J., and Brunthaler, A. (2007). The distance to the orion nebula. *A&A*, 474(2) :515–520.
- Orkisz, J. H., Pety, J., Gerin, M., Bron, E., Guzmán, V. V., Bardeau, S., Goicoechea, J. R., Gratier, P., Le Petit, F., Levrier, F., and et al. (2017). Turbulence and star formation efficiency in molecular clouds : solenoidal versus compressive motions in orion.b. *Astronomy Astrophysics*, 599 :A99.
- Orkisz, Jan H., Peretto, Nicolas, Pety, Jérôme, Gerin, Maryvonne, Levrier, François, Bron, Emeric, Bardeau, Sébastien, Goicoechea, Javier R., Gratier, Pierre, Guzmán, Viviana V., Hughes, Annie, Languignon, David, Le Petit, Franck, Liszt, Harvey S., Öberg, Karin, Roueff, Evelyne, Sievers, Albrecht, and Tremblin, Pascal (2019). A dynamically young, gravitationally stable network of filaments in orion b. *A&A*, 624 :A113.
- Pety, Jérôme, Guzmán, Viviana V., Orkisz, Jan H., Liszt, Harvey S., Gerin, Maryvonne, Bron, Emeric, Bardeau, Sébastien, Goicoechea, Javier R., Gratier, Pierre, Le Petit, Franck, Levrier, François, Öberg, Karin I., Roueff, Evelyne, and Sievers, Albrecht (2017). The anatomy of the orioniant molecular cloud : A local template for studies of nearby galaxies. *A&A*, 599 :A98.

Annexes

A Effet du bruit sur Cartes des poussières

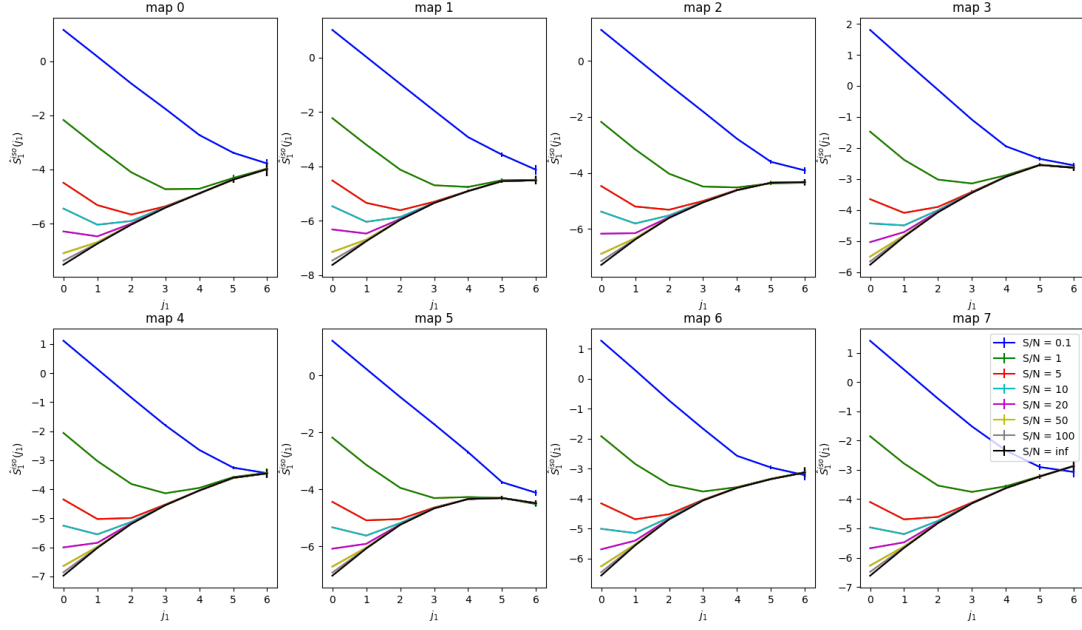


FIGURE 24 – Effet du bruit sur les coefficients $\bar{S}_1^{iso}$ par sous-cartes

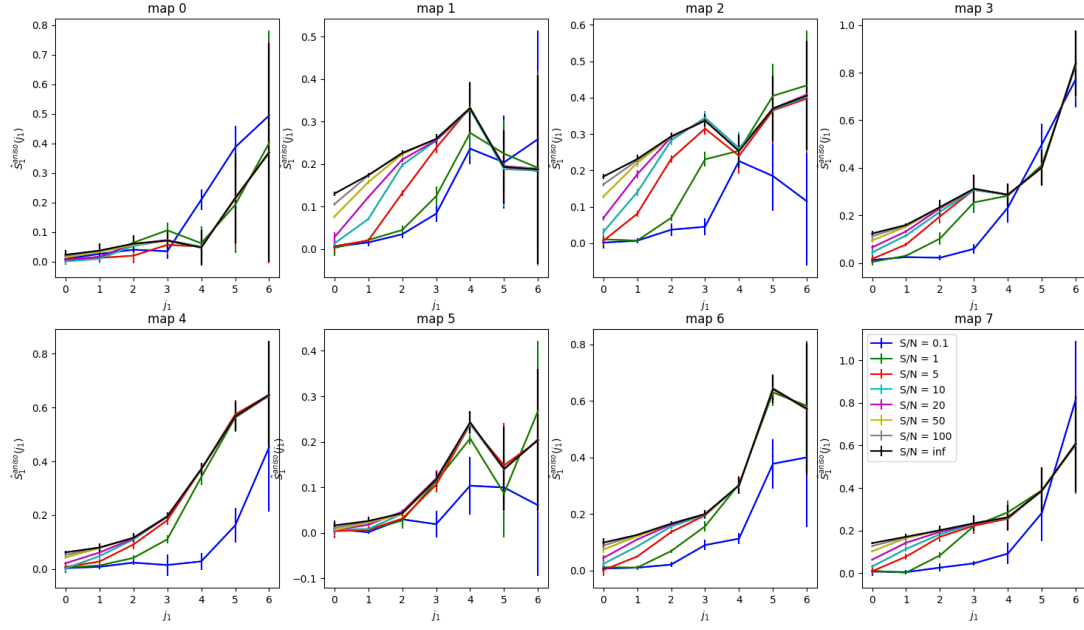


FIGURE 25 – Effet du bruit sur les coefficients $\bar{S}_1^{aniso}$ par sous-cartes

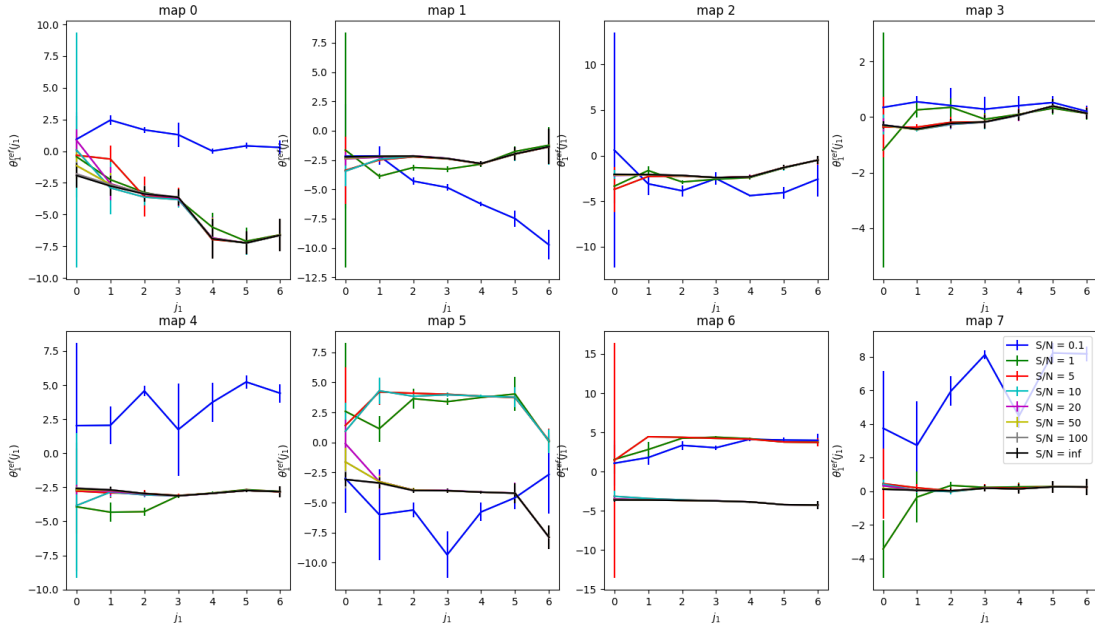


FIGURE 26 – Effet du bruit sur les coefficients θ_1^{ref} par sous-cartes

B Autres méthodes de Mapping

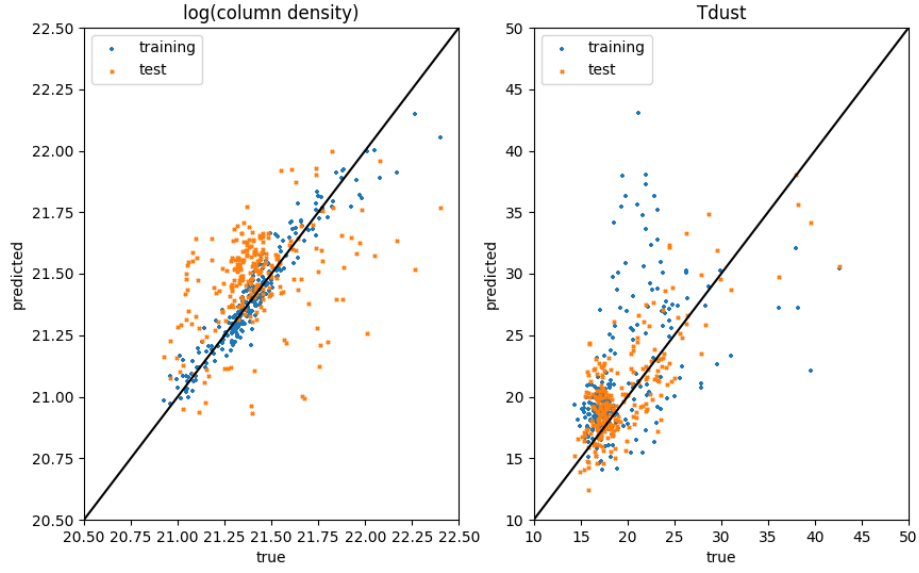


FIGURE 27 – mapping avec une séparation verticale de la carte, entraînée sur la partie droite

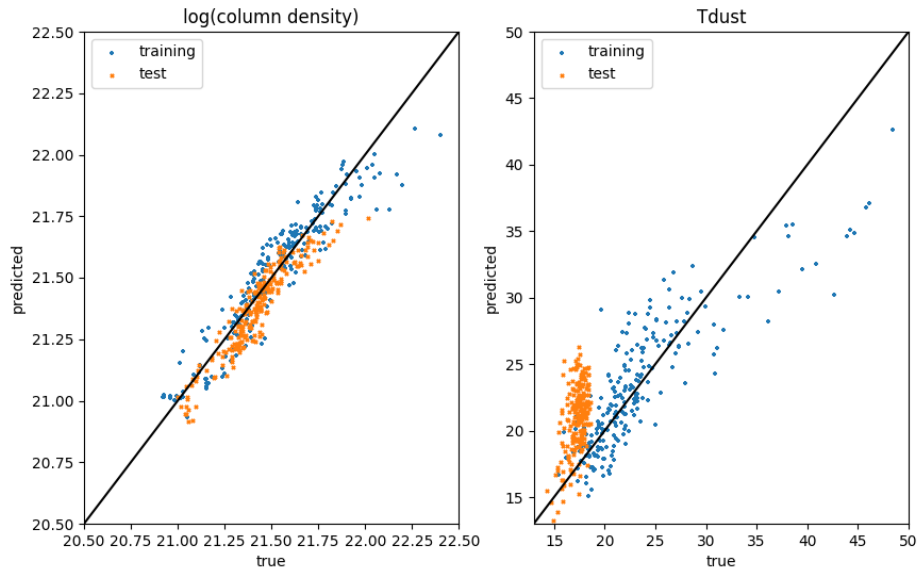


FIGURE 28 – mapping avec une séparation horizontale de la carte, entraînée sur la partie haute

C T_d des clouds layer à partir du modèle multi-linéaire

mapping/cloud_layer/Td_modele_13.png

mapping/cloud_layer/Td_modele_18.png